非可換超対称ゲージ理論におけるインスタントン解とその構成

氏名・(本籍)	高島竜彦(たかしまたつひこ)
学位の種類	博　士(理　学)
学位記番号	理博第２３０４号
学位授与年月日	平成19年3月27日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
研究科，専攻	東北大学大学院理学研究科（博士課程）物理学専攻
学位論文題目	非可換超対称ゲージ理論におけるインスタントン解とその構成
論文審査委員	(主査)　教　授　山　口　昌　弘
	教　授　日　笠　健　一，江　澤　潤　一
	助教授　綿　村　　哲，萩　野　浩　一

論　文　目　次

論 文 内 容 要 旨

重力の量子化は素粒子論における最も重要な問題の一つであるが，その困難さにおいても最たるものの一つである。この問題の解決へ向けて多くの挑戦がなされてきた。その中に非可換幾何を用いるものがある。時空の座標を可換ではないように拡張するというSnyderによる試み以降，重力の古典論の幾何学であるRiemann幾何を非可換幾何に拡張することによって重力の量子化に伴う発散の問題を乗り越えようという試みから，または量子重力理論ではRiemann幾何を超えた幾何学が示唆されているためにこの幾何学を探求しようという試みから，このような研究が行われてきた。

一方，重力の量子論をも含むような統一理論の最も有力な候補として超弦理論がある。弦理論は，1960年代のハドロン相互作用のS行列の候補としての偶然の発見から，1980年代における統一理論の候補としての変貌を経て，そして1990年代の非摂動的対象であるD-braneの発見とM理論による5つの超弦理論の統一という歴史を辿ってきた。そしてその1990年代以降，超弦理論の非摂動的領域の理解を深めるべく様々な研究がなされて来ている。

この弦理論でも非可換幾何が重要な役割を果たしているという事がWittenによる開弦場理論の研究によってその兆候として見え始めていた。そして，行列模型のトーラスコンパクト化から，SeibergとWittenによる定数のNSNSB場のもとでの開弦理論におけるD-braneの低エネルギー有効理論から，それぞれ非可換空間上の場の理論が現れることが示されたことが契機となって，弦理論との関係においても非可換空間上の場の理論の研究が活発になされた。そこでは可換な場合には見られない，非可換空間特有の興味深い現象が発見され，それ以降，弦理論との関係の有無に関わらず，非可換幾何が現れるような数多くの研究がなされている。

さらに最近，定数のグラビフォトン背景のもとでのD-braneの有効理論として，非可換超対称ゲージ理論が現れることがSeibergによって示された（ここで非可換超対称ゲージ理論とはnon(anti)commutative gauge theoryと呼ばれるものを言う。）。このグラビフォトンはRR場に起源を持つのであるが，弦理論においてRR場があるときの解析が難しいことからその解析のために，もしくは非可換空間上の場の理論の場合と同じように理論それ自体の興味深さから，非可換超対称ゲージ理論は重要な研究対象となっている。

本論文では弦理論との関連には立ち入らず，場の理論的立場から非可換超対称ゲージ理論について論じる。非可換超対称ゲージ理論も多くのものがあるが，その中でもSeibergによって導入されたN=1/2 超対称Yang-Mills理論を扱う。理論の解析において摂動的手法，非摂動的手法と様々なものがあるが，本論文では特に非摂動的な対象であるインスタントン解について論じた。

非可換超対称ゲージ理論の一つは次のようにして得られることがSeibergによって示された。ユークリッド化されたIIB超弦理論を$R^4\times CY_3$にコンパクト化した理論においてR^4に広がっているD3-braneの有効理論を考えると（ここでCY_3は複素3次元のCalabi-Yau多様体である。）N=1 超対称Yang-Mills理論が得られる。このIIB超弦理論においてR^4に定数のグラビフォトン背景を加えると，この効果によってD3-braneの有効理論における超空間のGrassmann奇の座標が反可換ではなくなり，超対称性が半分破れたN=1/2 超対称Yang-Mills理論が得られる。

さらにこのIIB超弦理論におけるD3-braneとD(-1)-braneの束縛状態は，グラビフォトン背景が無い場合と同様に，N=1/2 超対称Yang-Mills理論のインスタントン解に対応していると考えられる。

この対応における超弦理論側の解析として，RNS形式の超弦理論を用いて散乱振幅を調べたBilloらによる研究がある。その研究によって，定数グラビフォトンの効果によってインスタントン解自体が変形されるだけではなく，その変形されたインスタントン解のモジュライ空間を与える式であるADHM条件が変形されることが示された。

一方，場の理論側におけるN=1/2 超対称Yang-Mills理論のインスタントン解の研究がある。そこでは定数グラビフォトンに関して摂動的な扱いをしており，変形されたインスタントン解は通常のインスタントン解をその0次として，それから逐次的に構成される。そのため変形されたインスタントン解のモジュライ空間は，通常のインスタントン解のモジュライ空間と一致し，超弦理論側の解析で得られたような，モジュライ空間の変形は見られない。またこのような逐次的な構成法は一般的なインスタントン解の構成には適さず，簡単な場合にしか変形されたインスタントン解を構成する事ができない。本論文では変形されたインスタントン解の新たな構成法が提案され，それによってこの二つの問題が解決されることが示された。

この変形されたインスタントン解を構成する新たな構成法は，次の二段階の拡張をすることによって導入された。まず元となるものはAtiyah-Drinfeld-Hitchin-Maninによって導入された，ADHM構成法と呼ばれるものである。これはYang-Mills理論の全てのインスタントン解が構成できる強力なものである。このADHM構成法は4次元ユークリッド空間上で定義されたものであるが，第一段階の拡張としてこれを超空間上に拡張する。この超空間上に拡張されたADHM構成法(super ADHM構成法)はSemikhatov,Volovichによって既に考えられていたものであるが，我々の目的に十分なほどには議論が尽くされていたとは言えないものであった。そのためsuper ADHM構成法について詳細に議論した。特に超場から成分場を得るために必要なゲージ固定を考えることによって，インスタントン解を表す超場とその成分場の対応が明らかにされた。

第二段階の拡張として，定数グラビフォトン背景を考えることによって超空間が変形された超空間になったように，super ADHM構成法が定義された超空間を変形された超空間に拡張することによって，定

数グラビフォトンの効果を取り入れた。このようにして導入されたsuper ADHM構成法を変形されたsuper ADHM構成法と呼ぶ。

この変形されたsuper ADHM構成法を用いて一般の変形されたインスタントン解を構成する事ができた。特にゲージ群がU(2)でトポロジカルチャージが1の場合に，変形されたsuper ADHM構成法で構成された変形されたインスタントン解が，既に知られている変形されたインスタントン解を再現することが示された。さらに変形されたsuper ADHM構成法で構成された変形したインスタントン解のモジュライ空間は，通常のインスタントン解のモジュライ空間を変形したものであることが示された。そしてこの変形されたモジュライ空間は超弦理論における解析によって得られていたものと，正確に一致していることが分かった。

論文審査の結果の要旨

重力の量子化は素粒子論における最も重要な問題の一つである。この問題の解決に向けて多くの挑戦がなされてきた。その中に，非可換幾何学を用いるものがある。これは量子重力の表す幾何学の体系の候補として注目されている理論で，一般に時空の座標が可換でないような，いわゆる量子空間を記述できるように既存の幾何学の拡張した体系である。現在，超弦理論が重力の量子論をも含むような統一理論の最も有力な候補として注目されているが，この超弦理論においても，非可換幾何学が重要な役割を果たしていることが最近分かってきた。特に，超弦理論に内在するB場やグラビフォトンと呼ばれる場の存在を考慮すると，上述のように座標が非可換な系や超対称空間のフェルミオン的座標が非反可換になるような状況が現れる可能性のあることが指摘された。特に，非可換超空間に関しては，これまであまり良く調べられておらず，非可換超空間上の場の理論の性質を調べることは弦理論的立場のみでなく場の理論的立場からも興味深いものである。本論文は，この非可換超空間上のゲージ理論におけるインスタントン解に特に注目して場の理論的立場からの解析を行い，超弦理論の解析結果との比較を行った結果をまとめたものである。

インスタントン解のモジュライパラメータはADHM条件によって特徴付けられ，この時そのパラメータに対応した解を構成することができる。これをADHM構成と呼ぶ。本論文では，超空間においてこのADHM構成を確立し，それを変形することによって非可換超空間上のインスタントン解を構成することがテーマである。結果として，ADHM条件の変形を非可換超空間上の場の理論の立場から導出できることが証明され，モジュライ空間の変形が超弦理論における解析によって得られている変形と正確に一致することが示された。これらの結果は，超空間上のADHM構成とWZゲージの関係に関する論文一編とその変形に関する論文としてすでに発表されている。

本論文は，荒木氏および綿村氏との共同研究に基づくものであるが，高島君は共同研究のあらゆる場面において欠くことのできない重要な寄与をしている。このことは，自立して研究活動を行うことに必要な高度の研究能力と学識を有していることを示している。したがって，高島竜彦君提出の博士論文は，博士（理学）の学位論文として合格と認める。